

Apontamentos de matemática

Máximo divisor comum

Revisão do 1.º ciclo

Os divisores de um número natural são os números naturais pelos quais se pode dividir esse número de forma exata (resto zero).

Exemplos

- Os divisores de 4 são 1, 2 e 4

Pois, $4:1 = 1$, $4:2 = 2$ e $4:4 = 1$ (em todas estas divisões o resto é zero).

Se dividirmos 4 por qualquer outro número o resto não será zero.

- Os divisores de 10 são 1, 2, 5 e 10

- Os divisores de 20 são 1, 2, 4, 5, 10 e 20

- Os divisores de 29 são 1 e 29

Notas:

1 é divisor de todos os números naturais.

Qualquer número natural é divisor de si próprio.

O menor divisor de um número natural é 1 e o maior é ele próprio.

Máximo divisor comum

Máximo divisor comum de dois ou mais números é o maior dos divisores comuns aos números.

Representa-se habitualmente por *m. d. c.*

Para determinar o *m. d. c.* podemos escrever os divisores dos números, ver quais são comuns e indicar o maior deles.

Exemplo: Determinar *m. d. c.* (12, 15)

Os divisores de 12 são 1, 2, 3, 4, 6 e 12; Os divisores de 15 são 1, 3, 5 e 15

Podemos observar que 1 e 3 são divisores comuns de 12 e 15. O maior deles é 3.

Então $m. d. c. (12, 15) = 3$

Apontamentos de matemática

Máximo divisor comum

Exercício resolvidos

1. Determine:

a) $m. d. c. (15,9)$ b) $m. d. c. (6,8)$ c) $m. d. c. (3,16)$ d) $m. d. c. (8,24)$

Resolução

a) Divisores de 15: 1, 3, 5 e 15; Divisores de 9: 1, 3 e 9

$$m. d. c. (15,9) = 3$$

b) Divisores de 6: 1, 2, 3 e 6; Divisores de 8: 1, 2, 4 e 8

$$m. d. c. (6,8) = 2$$

c) Divisores de 3: 1 e 3; Divisores de 16: 1, 2, 4, 8 e 16

$$m. d. c. (3,16) = 1$$

Nota: Dois números são primos entre si se o seu máximo divisor comum é a unidade. Por exemplo, 3 e 16 são primos entre si.

d) Divisores de 8: 1, 2, 4, 8; Divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

$$m. d. c. (8,24) = 8$$

Nota: Quando um número é divisor (ou múltiplo) de outro, o menor deles é o seu máximo divisor comum (8 é divisor de 24; 24 é múltiplo de 8).

Assim, o máximo divisor comum entre a unidade e outro número é a unidade. Por exemplo, $m. d. c. (1,512) = 1$.

2. Escreva dois números cujo máximo divisor comum seja 7.

Quantas soluções pode apresentar?

Resolução

Se o $m. d. c.$ dos números é 7, eles têm que ser múltiplos de 7.

Experimentemos dois, por exemplo, 21 e 28

Divisores de 21: 1, 3, 7, 21

Divisores de 28: 1, 2, 7, 14, 28

$$\text{Então } m. d. c. (21,28) = 7$$

21 e 28 é uma resposta:

Este exercício tem infinitas soluções. Basta pensarmos que um dos números é 7 e o outro é qualquer múltiplo de 7, por exemplo.

Apontamentos de matemática

Máximo divisor comum

3. Observe as seguintes expressões:

a) $m.d.c.(_,16) = 4$ b) $m.d.c.(6,_) = 3$

Qual dos seguintes pares de números podem ser colocados nos espaços em branco (pela ordem indicada) de modo a tornar as igualdades verdadeiras?

Coloque um X na opção correta.

12 e 8 6 e 15 12 e 15 10 e 15

Resolução

1.ª opção

$m.d.c.(12,16) = 4$ e $m.d.c.(6,8) = 2$

2.ª opção

$m.d.c.(12,6) = 6$ e $m.d.c.(6,15) = 3$

3.ª opção

$m.d.c.(12,16) = 4$ e $m.d.c.(6,15) = 3$

4.ª opção

$m.d.c.(10,16) = 2$ e $m.d.c.(6,15) = 3$

Então,

12 e 8 6 e 15 12 e 15 10 e 15

4. O Luís tem 18 berlindes azuis e 12 berlindes verdes. Quer juntá-los em grupos com o mesmo número de berlindes da mesma cor (em cada grupo).

Qual é o maior número de grupos que pode formar? Qual é a constituição de cada grupo?

Resolução:

Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12; Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18

Pode ser 1 grupo com todos os berlindes, ou 2 grupos com 9 azuis e 6 verdes ou 3 grupos com 6 azuis e 4 verdes ou 6 grupos com 3 azuis e 2 verdes

Respostas

O maior número de grupos que pode formar é 6.

Cada grupo terá 3 berlindes azuis e 2 verdes.

Nota: O número de grupos é o $m.d.c.(12,18)$

A solução de algumas situações (como a anterior) têm como resposta o $m.d.c.$, isto é, o $m.d.c.$ tem aplicações à resolução de alguns problemas.