

Relação entre os elementos dos prismas e das pirâmides e o polígono da base

Num prisma, o número de:

- vértices é igual ao dobro do número de lados do polígono da base;
- arestas é igual ao triplo do número de lados do polígono da base;
- faces é igual ao número de lados do polígono da base mais dois.

Numa pirâmide, o número de:

- vértices é igual ao número de lados do polígono da base mais um;
- arestas é igual ao dobro do número de lados do polígono da base;
- faces é igual ao número de lados do polígono da base mais um;
- vértices é igual ao número de faces.

Nota: As relações anteriores devem ser compreendidas com base na observação de sólidos geométricos.

Relação de Euler

Num poliedro convexo $A + 2 = V + F$, sendo

A – número de arestas, V – número de vértices, F - número de faces

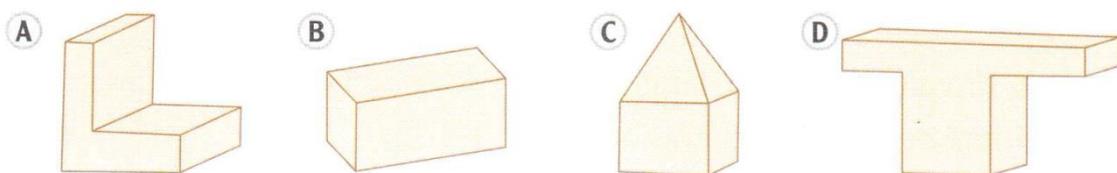
Exemplo: Um cubo tem 12 arestas, 8 vértices e 6 faces.

Podemos verificar que $A + 12 = 8 + 6$

Poliedros convexos e côncavos

Um poliedro diz-se convexo quando qualquer segmento de reta que une quaisquer dos seus pontos está nele contido. Se não for convexo, o poliedro diz-se côncavo.

Os sólidos B e C são convexos. Os sólidos A e D não são convexos (são côncavos)



Os sólidos B e C são convexos. Os sólidos A e D não são convexos (são côncavos)

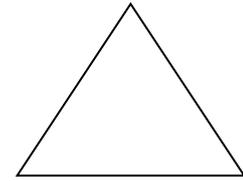
Apontamentos de matemática
Sólidos Geométricos

Exercícios

1. O triângulo representado é a base de uma pirâmide.

a) Indique:

O nome da pirâmide _____



O número de: faces _____; arestas _____; vértices _____

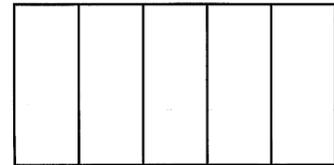
b) Explique como determinou o número de arestas.

c) Se o triângulo representado fosse a base de um prisma, quantas arestas teria? _____

Mostre como chegou à resposta

2. Na figura está representada a **superfície lateral** de um prisma.

a) Qual é o polígono da base do prisma?



b) Qual é o nome do prisma?

c) Mostre que uma pirâmide não pode ter o mesmo número de arestas que esse prisma tem.

3. Qual é o polígono da base de:

a) Um prisma com 18 arestas? _____

b) Um prisma com 10 vértices? _____

c) Um prisma com 6 faces? _____

d) Uma pirâmide com 12 arestas? _____

e) Uma pirâmide com 6 vértices? _____

f) Uma pirâmide com 4 faces? _____

Apontamentos de matemática

Sólidos Geométricos

4. Responda às questões seguintes apresentando a explicação de como chegou à resposta.

Nota: As questões seguintes referem-se a prismas e pirâmides

a) Que sólido geométrico tem duas bases e nove arestas?

b) Pode existir um sólido com oito vértices e doze arestas?

c) Quantas arestas tem um sólido geométrico com cinco vértices?

d) Qual é o sólido cujas faces laterais são quadriláteros e tem dez vértices?

5. Pode existir:

a) Um prisma com 4 faces? _____

b) Um prisma com 9 vértices? _____

c) Uma pirâmide com 14 arestas? _____

d) Uma pirâmide com 17 arestas? _____

e) Um prisma com 21 arestas? _____

6. Mostre que um poliedro convexo com 150 arestas e 100 vértices tem 52 faces.

7. A tabela refere-se a poliedros convexos. Complete-a e mostre como chegou aos resultados.

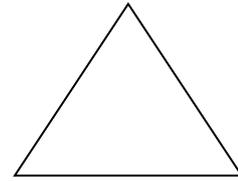
	Faces	Vértices	Arestas
Sólido 1	7	10	
Sólido 2	10		26
Sólido 3		31	60

Resolução

1. O triângulo representado é a base de uma pirâmide.

a) Pirâmide triangular. Tem 4 faces, 6 arestas e 4 vértices.

b) Três arestas na e base e três laterais,



Ou, o número de arestas é o dobro de número de lados da base: $3 \times 2 = 6$

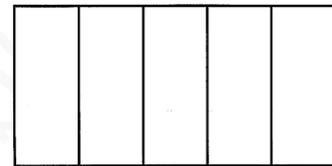
c) Teria 9 arestas, três em cada base e três laterais.

Ou, o número de arestas é o triplo de número de lados do polígono da base: $3 \times 3 = 9$

2. Na figura está representada a **superfície lateral** de um prisma.

a) Pentágono.

b) Prima pentagonal.



c) O prisma tem 15 arestas e o número de arestas de uma pirâmide é par, logo não há pirâmides com 15 arestas.

3. Qual é o polígono da base de:

a) Hexágono. Seis arestas em cada base e seis laterais

b) Pentágono. Cinco vértices em cada base.

c) Quadrilátero. Tem duas bases e quatro faces laterais.

d) Hexágono. Seis arestas na base e seis laterais.

e) Pentágono. Cinco vértices na base mais um.

f) Triângulo. Uma base e três faces laterais.

4. Responda às questões seguintes apresentando a explicação de como chegou à resposta.

Nota: As questões seguintes referem-se a prismas e pirâmides

a) Se tem duas bases é um prisma. Das nove arestas, são três em cada base e três laterais. Então o polígono da base é um triângulo. É um prisma triangular.

b) Sim, é o prisma quadrangular.

Apontamentos de matemática

Sólidos Geométricos

c) O número mínimo de vértice de um prisma é seis, logo o sólido é uma pirâmide com quatro vértices na base e um oposto à base. É a pirâmide pentagonal que tem cinco arestas na base e cinco laterais. R: 10 arestas.

d) Se as faces laterais são quadriláteros é um prisma e se tem dez vértices são cinco em cada base, que é um pentágono. R: Prisma pentagonal.

5. Pode existir:

a) Não, o número mínimo de faces de um prisma é cinco, no prisma triangular.

b) Não, o número de vértices de um prisma é par.

c) Sim, é a pirâmide heptagonal.

d) Não, o número de arestas de uma pirâmide é par.

e) Sim, o prisma heptagonal.

6. Usando a relação de Euler, $A + 2 = F + V$

$$150 + 2 = 100 + 52$$

$$152 = 152$$

7. A tabela refere-se a poliedros convexos. Complete-a e mostre como chegou aos resultados.

	Faces	Vértices	Arestas
Sólido 1	7	10	15
Sólido 2	10	18	26
Sólido 3	31	31	60

Usa-se a relação de Euler, $A + 2 = F + V$

Sólido 1

$$A + 2 = F + V$$

$$A + 2 = 7 + 10$$

$$A + 2 = 17$$

$$A = 17 - 2$$

$$A = 15$$

Sólido 2

$$A + 2 = F + V$$

$$26 + 2 = 10 + V$$

$$28 = 10 + V$$

$$V = 28 - 10$$

$$V = 18$$

Sólido 3

$$A + 2 = F + V$$

$$60 + 2 = F + 31$$

$$62 = F + 31$$

$$F = 62 - 31$$

$$F = 31$$