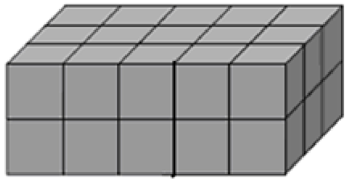
VOLUME DO PARALELEPÍPEDO RETÂNGULO



A figura representa um paralelepípedo formado por cubos iguais.

Podemos observar que é constituída por $5 \times 3 \times 2 = 30$ cubos.

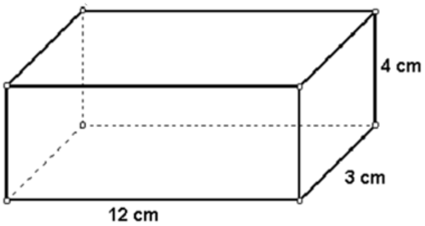
Se cada cubo representar uma unidade de volume, então o volume da figura é 30 unidades.

Suponhamos que cada cubo tem um metro de aresta. Neste caso o seu volume seria $1\ m^3$, e o volume da figura teria $30\ m^3$ de volume.

Dizer que uma figura (qualquer) tem, por exemplo, $30\ m^3$ de volume, significa que ela ocupa um volume equivalente ao de 30 cubos com um metro de aresta.

O volume do paralelepípedo retângulo calcula-se multiplicando as suas três dimensões, ou seja, comprimento, largura e altura.

O paralelepípedo da figura tem de volume $(12 \times 3 \times 4) cm^3 = 144\ cm^3$



Notas:

Para calcular o volume de um paralelepípedo as medidas têm que estar todas na mesma unidade.

Dizer que um paralelepípedo tem, por exemplo, $144\ cm^3$ de volume, significa que ele tem um volume equivalente a 144 cubos de 1 cm de aresta.

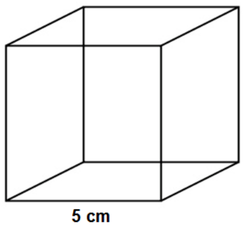
Nota: Também podemos dizer que o volume pode ser obtido multiplicando a área da base pela altura. No exemplo anterior $(12 \times 3 \times 4) cm^3 = 144\ cm^3$, a área da base é $(12 \times 3) cm^2$.

Podemos escolher qualquer face para base.

O cubo é um caso partícula de paralelepípedo em que as faces são todas iguais.

Por exemplo, o cubo da figura tem $(5 \times 5 \times 5)\ cm^3 = 125\ cm^3$ de volume.

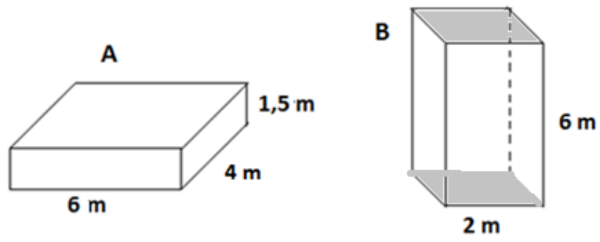
Também podemos escrever $5^3\ cm^3 = 125\ cm^3$



Exercícios

1. Observe os seguintes paralelepípedos retângulos e considere verdadeiras as medidas que são apresentadas. O sólido B tem as bases quadradas (sombreadas).

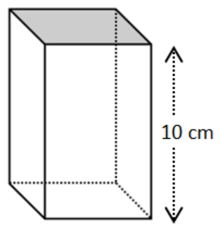
Determine os volumes dos sólidos.



2. A figura representa um prisma quadrangular regular. As bases (uma das quais está sombreada) são quadradas com $16\ cm^2$ de área cada. A altura do prisma é $10\ cm$.

a) Qual é o nome da pirâmide que tem o mesmo número de faces que o prisma representado? Explique como chegou à resposta.

b) Determine o volume do prisma em centímetros cúbicos.



3. Calcule o volume de um cubo em que uma face tem $12\ cm$ de perímetro.

4. Uma caixa de forma de paralelepípedo retângulo tem $1080\ cm^3$ de volume e a área da base é $180\ cm^2$. Qual é a altura da caixa

matematica56.weebly.com

Resolução

1.

Sólido A: $(6 \times 4 \times 1{,}5) cm^3 = 36\ cm^3$

Sólido B: $(2 \times 2 \times 6) cm^3 = 24\ cm^3$

2.

a) O prisma tem 6 faces. A pirâmide com 6 faces, tem 5 laterais mais a base, que tem 5 lados.

R: Pirâmide pentagonal

b) $(16 \times 10) cm^3 = 160\ cm^3$

3. Cada aresta do cubo mede $12\ cm : 4 = 3\ cm$

Então o volume é $3^3\ cm^3 = 27\ cm^3$

R: $27\ cm^3$

4.

$V = A_b \times a$ com $V - volume, A_b - área\ da\ base,\ a - altura$

$1080 = 180 \times a$

$a = 1080 : 180$

$a = 6$

R: $6\ cm$

matematica56.weebly.com

UNIDADES DE VOLUME E DE CAPACIDADE

Há uma relação entre o volume de um sólido e a sua capacidade, que pode ser interpretada como a quantidade de, por exemplo, água que esse sólido pode conter.

O metro cúbico é a principal unidade de volume.

O litro é a principal unidade de capacidade.

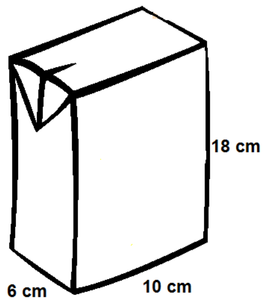
Um litro é a quantidade aproximada de, por exemplo, água que cabe num cubo de 1 dm de aresta.

Correspondência entre volume e capacidade. (unidades mais usadas)

Volume	$1\ cm^3$	$1\ dm^3$	$1\ m^3$
Capacidade	$1\ ml\ (1000\ ml = 1l)$	$1\ litro$	$1000\ l\ (1\ kl)$

Exercícios

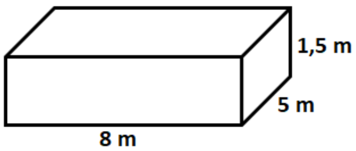
1. A figura representa um pacote de sumo que tem a forma de um paralelepípedo retângulo.



a) Mostre que a capacidade do pacote é, aproximadamente, 1 litro.

b) Encheu-se um copo com sumo do pacote a altura do sumo desceu 4 cm no lado maior. Qual é a capacidade do copo?

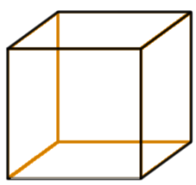
2. A figura representa um tanque em forma de paralelepípedo retângulo com as medidas indicadas.



a) Determine o volume do tanque.

b) Suponha que o tanque tem água até $\frac{2}{3}$ da sua altura (medida no lado menor).Nessas condições, qual é a quantidade de água que está no tanque?

3. Para medir o volume de uma rocha, que tem uma forma irregular, esta foi colocada num recipiente cúbico com água. A aresta do cubo mede 8 cm e, após ser colocada a rocha, o nível da água subiu 2 cm. Determine o volume da rocha.



Resolução

1.

a) Cálculo do volume do pacote: $(6 \times 10 \times 18)cm^3 = 1080\ cm^3 = 1{,}08\ dm^3$

A capacidade é 1,08 litros, isto é, aproximadamente, $1\ litro$.

b) O volume do sumo despejado é $(6 \times 10 \times 4\ )cm^3 = 240\ cm^3 = 0{,}24\ dm^3$

A capacidade do copo é $0{,}24\ litros$.

2.

a) $(8 \times 5 \times 1{,}5)m^3 = 60\ m^3$

b) A altura da água é $\frac{2}{3} \times 1{,}5 = \frac{2}{3} \times \frac{15}{10} = \frac{30}{30} = 1\ m$

O volume da água é $(8 \times 5 \times 1)m^3 = 40m^3$

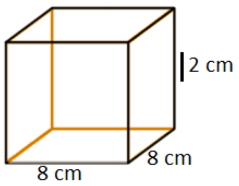
$40 \times 1000 = 40000$, pois 1000 litros ocupam 1 metro cúbico

R: o tanque tem 40 000 litros de água.

3.

O volume da água que subiu é $(8 \times 8 \times 2)cm^3 = 128\ cm^3$

R: O volume da rocha é $128\ cm^3$



VOLUME DO PRISMA RETO E DO CILINDRO

Os volumes do prisma reto e do cilindro obtêm-se de forma semelhante às do paralelepípedo reto, que é um caso particular de prisma, o prisma quadrangular.

Volume do prisma reto

O volume de um prisma reto pode ser obtido multiplicando a área da base pela altura.

$\mathrm{V} = A_b \times a$

Volume do cilindro

Volume do cilindro pode obter-se multiplicando a área da base pela altura.

$\mathrm{V} = A_b \times a$

$V = \pi \times r^2 \times a$

Com r=$raio$ e a=$altura$.

Exercícios

1. De acordo com os dados, determine os volumes das figuras.

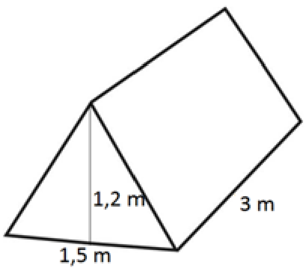


Figura 1

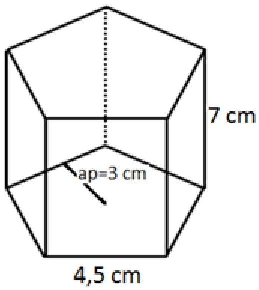


Figura 2

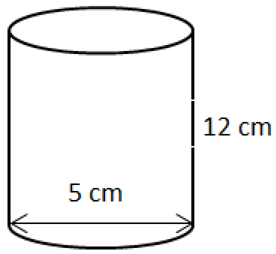
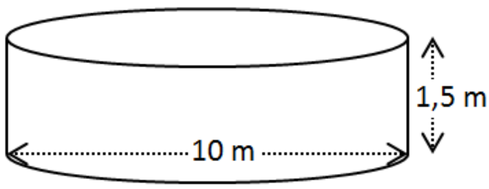


Figura 3

2. A figura representa uma piscina cilíndrica em que a base tem 10 m de diâmetro e a altura é 1,5 metros.



a) Determine o volume da piscina em metros cúbicos.

b) A água que foi colocada ficou a $\frac{4}{5}$ da altura da piscina.

Nesta situação, qual é a altura da água?

c) Se a altura da piscina duplicasse, o que aconteceria ao seu volume?

d) Se o diâmetro da base da piscina duplicasse o que aconteceria ao seu volume?

e) Se, com a mesma base, a capacidade da piscina fosse 157000 litros, qual seria a sua altura?

Resolução

1.

A figura 1 é um prisma triangular

$V = A_b \times a$

$V = \left(\frac{1,5 \times 1,2}{2} \times 3\right) m^3 = \left(\frac{1,8}{2} \times 3\right) m^3 = (0,9 \times 3)m^3 = 2,7m^3$

R: $2,7\ m^3$

Notas

As bases do prisma são triângulos – recorde a área do triângulo.

No numerador ou denominador de uma fração também podem estar números decimais.

A figura 2 é prisma pentagonal

$V = A_b \times a$

$V = \left(\frac{P \times ap}{2} \times 7\right) cm^3 = \left(\frac{5 \times 4,5 \times 3}{2} \times 7\right) cm^3 = \left(\frac{67,5}{2} \times 7\right) cm^3 =$

$= (33,75 \times 7)cm^3 = 236,35\ cm^3$

R: $236,35\ cm^3$

Notas

As bases do prisma são pentágonos – recorde a área de um polígono regular.

A figura 3 é um cilindro

$V = A_b \times a = r^2 \times \pi \times a$

$r = 5\ cm: 2 = 2,5\ cm$

$V = (2,5^2 \times 3,14 \times 12)\ cm^3 = (6,25 \times 3,14 \times 12)\ cm^3 = (16,625 \times 12)\ cm^3 = 235,5\ cm^3$

R: $235,5\ cm^3$

2.

a) $r = 10\ m: 2 = 5\ m$

$V = (5^2 \times 3,14 \times 1,5)m^3 = (25 \times 3,14 \times 1,5)m^3 = (78,5 \times 1,5)m^3 = 117,75\ m^3$

R: $117,75\ m^3$

b) A água está a $\frac{4}{5}$ de 1,5 m

$\frac{4}{5} \times 1,5 = \frac{4}{5} \times \frac{15}{10} = \frac{60}{50} = \frac{6}{5} = 1,2$

R: $1,2\ m$

c) $V = (5^2 \times 3{,}14 \times 3)m^3 = (25 \times 3{,}14 \times 3)m^3 = (78{,}5 \times 3)m^3 = 235{,}5\ m^3$

R: O volume duplicava, pois passava para $235{,}5\ m^3$

d) $d = 20\ m$, então $r = 10\ m$

$V = (10^2 \times 3{,}14 \times 1{,}5)m^3 = (100 \times 3{,}14 \times 1{,}5)m^3 = (314 \times 1{,}5)m^3 = 471\ m^3$

R: O volume passava a ser quatro vezes superior, pois passava para $471\ m^3$

e) Com a capacidade de 157000 litros, o volume seria $157\ m^3$

$V = A_b \times a$

$157 = 5^2 \times 3{,}14 \times a$

$157 = 78{,}5 \times a$

$a = 157 : 78{,}5 = 2$

R: 2 metros

matematica56.weebly.com