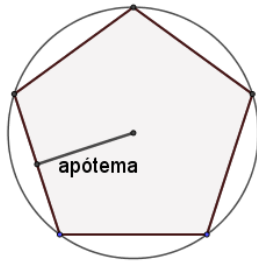


Apontamentos de matemática - Área de um polígono regular

Um polígono regular tem todos os lados iguais e todos os ângulos internos iguais.

Vejam a figura que representa um pentágono regular.



O apótema é a distância de qualquer lado ao centro do polígono. Considera-se centro do polígono o centro da circunferência representada. Cada polígono tem um número de apótemas igual ao número de lados e são todos iguais

A área de um polígono regular pode obter-se multiplicando seu perímetro pelo apótema e dividindo o valor por dois.

$$A = \frac{P \times ap}{2} \text{ em que } A \text{ – área do polígono; } P \text{ é o perímetro; } ap \text{ é o apótema.}$$

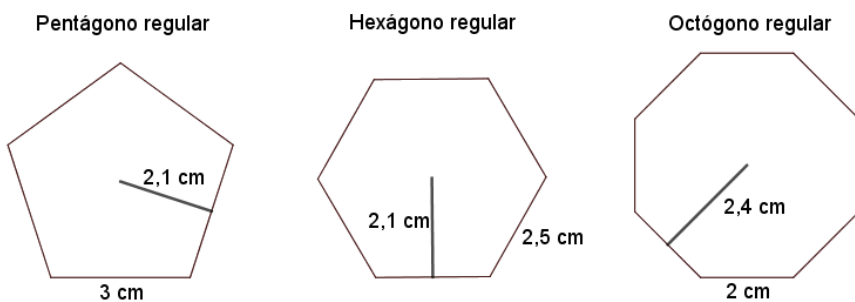
Exemplo

Determine a área de um hexágono regular com lado igual a 3 cm e apótema igual a 2,6 cm.

Resolução: $A = \frac{P \times ap}{2} = \frac{3 \times 6 \times 2,6}{2} \text{ cm}^2 = 23,4 \text{ cm}^2$. Nota: O perímetro é $6 \times 3 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$

Exercícios resolvidos.

1. Determine as áreas dos polígonos representados de acordo com os dados indicados.



Resolução: A área é dada por $A = \frac{P \times ap}{2}$

Pentágono regular

O perímetro é $5 \times 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$ e o apótema é 2,1 cm.

$$\text{Então } A = \frac{15 \times 2,1}{2} \text{ cm}^2 = 15,75 \text{ cm}^2$$

$$\text{Hexágono regular: } A = \frac{6 \times 2,5 \times 2,1}{2} \text{ cm}^2 = 15,75 \text{ cm}^2$$

$$\text{Octógono regular: } A = \frac{8 \times 2 \times 2,4}{2} \text{ cm}^2 = 19,2 \text{ cm}^2$$

2. A área de um pentágono regular é $12,012 \text{ cm}^2$ e o seu apótema mede $1,82 \text{ cm}$.

Qual é o perímetro do polígono?

$$\begin{aligned} \text{Resolução: } A &= \frac{P \times ap}{2} & 12,012 &= P \times \frac{1,82}{2} \\ & & 12,012 &= P \times 0,91 \\ & & P &= 12,012 : 0,91 \\ & & P &= 13,2 & \text{R: } 13,2 \text{ cm} \end{aligned}$$

3. A área de um hexágono regular é $35,52 \text{ cm}^2$ e o seu perímetro igual a é $22,2 \text{ cm}$.

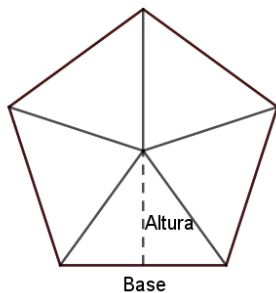
Qual é a medida do apótema desse hexágono?

$$\begin{aligned} \text{Resolução: } A &= \frac{P \times ap}{2} & 35,52 &= \frac{22,2}{2} \times ap \\ & & 35,2 &= 11,1 \times ap \\ & & ap &= 35,2 : 11, \\ & & ap &= 3,2 & \text{R: } 3,2 \text{ cm} \end{aligned}$$

Explicação da fórmula da área de um polígono regular.

Observemos o seguinte polígono regular de cinco lados.

Podemos decompô-lo em cinco triângulos isósceles geometricamente iguais.



A área da figura é igual à soma das áreas desses cinco triângulos.

Seja B a base do triângulo e A a altura.

A sua área é $\frac{B \times A}{2}$

A área da figura é $5 \times \frac{B \times A}{2}$

Vamos simplificar: $5 \times \frac{B \times A}{2} = \frac{5 \times B \times A}{2}$

Mas $5 \times B$ é o perímetro do polígono.

A altura do triângulo representada chama-se, no polígono, apótema, e podemos representá-la por ap .

Finalmente, a área de um polígono regular é $\frac{P \times ap}{2}$

Nota: Foi apresentado um polígono de cinco lados para facilitar a compreensão dos alunos, no entanto pode considerar-se o mesmo raciocínio para um polígono de N lados em que $N \times B$ seria o perímetro do polígono.